

Expanding Applications in College Admissions

Wei-Cheng Chen, Yi-Cheng Kao

R08323023 李承恩

1. What is the question of paper?

1. 為什麼台灣的大學沒有廣泛使用 expanding strategy (大學入學只看數學、語文等主要科目) ?
2. 為什麼美國學校在入學申請上多採用 expanding strategy 及 conflicting strategy (讓學生只能選一間學校申請) ?

2. Why should we care about it?

1. 台灣有兩種大學入學方式，考試入學 (統一清算分數)、申請入學 (各校系安排申請時程)。如果可以找到一個 proxy 來觀察 mismatch effect，就可以進行實證研究與模型預測。
2. 可以將本研究模型從兩學校延伸到多學校，或許會有更多的發現。

3. What is the answer?

在中心化 (統一清算分數) 的情況下，均衡取決於 mismatch effect、優秀學生與一班學生的相對數量以及錄取分數。如果 mismatch effect 很小，則科學類型及人文類型的大學都會使用 expanding strategy。如果 mismatch effect 很大，則兩種類型的大學會選擇使用考主科搭配選考的策略。

在去中心化 (申請由各學校主導) 的形況下，當人文類型的大學也有很大的聲望，則有些科學組的學生也會去申請人文類型的大學。如果同時 mismatch effect 很小，兩種大學在均衡時會同時使用 conflicting strategy 與 expanding strategy。在此情況下，mismatching effect 會被抵消。因為沒有人文組的學生去選科學組的大學。同時，雖然大學都不指定選考，但只有數學及物理好的學生會進到科學組大學。

4. How did the author get there?

作者認為讓入學申請的學生不用考分科測驗 (如歷史、物理等選考) 的優點是 caliber effect，學校會收到更多符合期望的入學申請；反之缺點是 mismatch effect，學校有可能收到不符合其學校類別的學生。

假設學校可以選擇申請入學看的考試科目：一種是 expanding strategy，只看主要考科成績 (如數學)；另一種是看主要考科及選考 (如物理、歷史)。

假設學生可以分為優秀/普通資質，並且學生可以分為科學/人文兩種類型。假設大學可以分成科學/人文兩種類型。建構對學生、大學的效用函數，並且討論給定不同考試策略/中心化、去中心化機制下的均衡。

5. Example / application

對學校來說，使用 expanding strategy 可以增大其申請者數量 (caliber effect)。雖然也會有潛在 mismatch 的成本 (mismatch effect)，但只要其效益大於成本，就有好處。或許，在未來如果有實證研究出現，可以使政策制定者參考，並且改善目前大學入學制度。使大學方與學生方都有更好的效益。

6. Appendix

脈絡：

Expanding strategy: 讓申請入學學生不用考分科測驗

- 好處：caliber effect，學校會收到更多(優質的)入學申請
- 壞處：mismatch effect，學校會無法衡量申請學生在特定學科的能力。

分析：expanding strategy 在2種機制下的情況

- 中心化機制
- 去中心化機制

發現：mismatch effect 在去中心化機制下可以被消除

原理：讓學生只選一間大專院校 (conflicting strategy)

結論：搭配 expanding strategy 以及 conflicting strategy，可以使學生的入學選擇達到有效率且穩定的均衡。學校也可以有足夠的入學申請，並且有較多符合期待的申請者。

名詞定義：標準化考試 (standardized test) = 主要考試 (main test) + 選擇性的分科測驗(subject test)。

例子：

- 去中心化：美國 SAT
- 中心化：台灣考試入學

註：台灣大學入學主要考科為：數學、語文，選考為：物理、歷史等。

如果大專院校不要求入學者要考選考，則入學申請會變多。但學生的能力就無法藉由考試測量。

名詞定義：expanding strategy，讓學生不用選考分科測驗。

名詞定義：conflict strategy，讓學生只選一間學校。

現況：大學入學不用選考的科系大部分是社會科學、人文學系。

發現：在台灣大學入學考試中，不用選考的學生，加權平均分數表現比較優異。

疑問：為什麼台灣的大學沒有廣泛採用 expanding strategy？

發現：在美國的入學考試中有分SAT I (主科) 以及 SAT II (選考)。只有少數學校要求選考，大部分的學校只要求考主科。並且超過半數有只要求考主科的院校同時也採用 early decision program (在此定義為 conflicting strategy：讓考生提前選擇一間學校)

疑問：為什麼美國學校在入學申請上多採用 expanding strategy 及 conflicting strategy？

模型設定：

學生：S，連續

學校：2間

學生設定：

- 資質：資質好的學生(S_1)、資質普通學生(S_2)
- 分組：科學組(S_A)、人文組(S_B)
- 令 $\|S_{A1}\| = \|S_{B1}\| = 1, \|S_{A2}\| = \|S_{B2}\| = n, n \geq 1$

入學考試： $\{p, h, m\} := \{\text{物理, 歷史, 數學}\}$

- 科學組考物理、數學
- 人文組考歷史、數學

定義：

- 數學：主要考科
 - 物理、歷史：選考
- 註釋：實際上主要考科可能不只為一項。

大學設定：

- A, B 兩間學校
- 聲望 (prestige) :分別為 v_A, v_B , 且 $v_A > v_B$
- 學校招收對象：
 - A ：科學組大學，可以使用 $\{p, m\}$ 或 m 選考來篩選申請學生
 - B ：人文組大學，可以使用 $\{p, m\}$ 或 $\{h, m\}$ 選考來篩選申請學生
- 學校選擇考科的策略： $\{\tilde{A}, \tilde{B}\}$
- 因為科學組大學與人文組大學都會考數學，所以令 $\tilde{A} = m, \tilde{B} = m$ 為 expanding strategy

分數設定：

$$T = \{t \in \mathbb{R}^+ : \underline{t} \leq t \leq \bar{t}\} \quad (1)$$

PDF:

$$f_{ks}(t) \quad (2)$$

CDF:

$$F_{ks}(t) \quad (3)$$

Conditional CDF:

$$F_{ks|t_{k'} \leq t'}(t) \quad (4)$$

給定某資質的學生考某考試的分數，以下假設成立：

A1: 資質一樣，不論學生考什麼考科，其分數的機率分佈相同

$$F_{ks|t_{ks} \leq t}(t) = F_{ks|t_{k'} \leq t'}(t) \quad (5)$$

A2: Monotone likelihood ratio property (MLRP)

對於選考物理加數學、歷史加數學的學生：

$$\frac{f_{ks_{12}}(t)}{f_{ks_{11}}(t)} \leq \frac{f_{ks_{12}}(t')}{f_{ks_{11}}(t')} \quad (6)$$

$i \in \{A, B\}$

對於只選考數學的學生：

$$\frac{f_{ms_{i'2}}(t)}{f_{ms_{i1}}(t)} \leq \frac{f_{ms_{i'2}}(t')}{f_{ms_{i1}}(t')} \quad (7)$$

$i', i \in \{A, B\}$

$$\frac{f_{ms_{Bj}}(t)}{f_{ms_{Aj}}(t)} \leq \frac{f_{ms_{Bj}}(t')}{f_{ms_{Aj}}(t')} \quad (8)$$

$j \in \{1, 2\}$

學校的偏好

$$u_i(\delta^{-1}(i)) = \sum_{j \in \{1, 2\}} v_j (\|\delta^{-1}(i) \cap s_{ij}\| + (1 - \beta) \|\delta^{-1}(i) \cap s_{i'j}\|) \quad (9)$$

其中 $\beta \in [0, 1)$, $i, i' \in \{A, B\}$ 且 $i \neq i'$, $v_1 > v_2 > 0$