

Optimal Overspecified Contracts

R08323015 周廷霖

1 What is the question?

透過契約規範來達到最佳化是一個常見的做法，但在一些情況下，例如：執行懈怠（存在過高執行與監察成本導致執行契約的誘因不足），禁止懲罰性賠償（可要求的賠償量必須於小於請求者（潛在）損失），亦或是無法監察（無法舉證代理人工作是否懈怠）等因素，造成若要強制執行契約可能導致最佳的情況反而無法企及，或造成浪費發生。作者提出可使用過分明確的契約（overspecified contracts），意即訂下要求較嚴苛的契約，並透過一方違反契約，而他不要執行契約的方式來達成最佳情況。

2 Why should we care ?

一般來說透過契約來規範行為如果效果不彰，我們一般的想法可能是契約有疏忽或者是執行不力導致，而解決辦法便是設立更嚴格的契約或加強監管，但本文提出了一個較不直觀的想法，嚴苛化契約但違反該契約且不執行，讓契約起到指引的作用，並確保在損害發生時有辦法取得救濟的手段。

這個現象其實普遍存在於社會之中，文中舉幾個例子，例如高速公路的限速可能為 100 公里每小時，但在一定限度內警察並不會對於些超速者進行懲罰，而僅會對於嚴重超速者進行裁處；如果嚴格執行限速的命令，一方面會造成交通運行成本提高（用路人為避免受罰而使行車速度大幅下降），而二方面嚴苛的執行則嚴重增加警察的執法成本；故將限速轉變為提醒之作用而在限度內不強制執行反而是較佳的，本文便是要使用一個較為嚴謹化的作法來研究這些現象。

3 What is the author's answer?

作者擬出了一些模型，並具體證明該條件下，執行契約將導致最佳的情況不發生，而可使用過分明確的契約（overspecified contracts）透過違反該契約並不執行該契約來達成；但因為這是一個歸納性的原則，可能無法透過本文來立即看出何種情況下能採取這種作法；不過作者將契約與契約之執行進行一較為通則性的模型化，可對於未來想進行相關契約模型建構者產生指引性作用。

4 Model

Consider a Bayesian game $G = (I, \Omega, \rho, A, \Theta, u)$. (這是一個常規性的設置，礙於篇幅不在此對符號意義進行解釋。) Note that u_i is the payoff function over pairs (a, ω) , where a is an action profile and ω is a state of nature. Assume that I is finite, and that Ω and A_i are compact subsets of Euclidean spaces, for all $i \in I$.

Given any pair of players i and j , a contract t prescribes a net transfer $t_{ij}(a, \omega) \in \mathbb{R}$ from i to j if the realized contingency is (a, ω) . Obviously, $t_{ij}(a, \omega) = -t_{ji}(a, \omega)$ and $t_{ii}(a, \omega) = 0$ for all contracts t and any i, j . Given contract t , the net aggregate transfers are denoted by $\tau|t: A \times \Omega \rightarrow \mathbb{R}^I$ such that $\tau_i(a, \omega)|t = \sum_{j \in I} t_{ji}(a, \omega)$ for every player i and contingency (a, ω) .

Definition 1 Given a game $G = (I, \Omega, \rho, A, \Theta, u)$ an enforcement function F maps every stipulated contract $t \in T$ into an enforced contract $F \circ t \in T$.

Definition 2 Given a game G and a enforcement function F , a contract t is enforceable at (a, ω) if $t(a, \omega) = F \circ t(a, \omega)$.

Definition 3 Given a game G and enforcement function F , a strategy profile s is implemented with a contract t if it is a Bayesian Nash equilibrium of the game $G|F \circ t = (I, \Omega, \rho, A, \Theta, u + \tau|F \circ t)$, i.e., if for all i , all $\theta_i \in \Theta_i$ and all $s'_i \in S_i$,

$$u_{\theta_i}(s) + \tau_{\theta_i}(s)|F \circ t \geq u_{\theta_i}(s', s_{-1}) + \tau_{\theta_i}(s', s_{-1})|F \circ t$$

從上面三條定義可以看出會造成實質影響的為 $F \circ t$ ，代表實質上的契約效果，而若原定契約 t 和執行的效果一致，我們就稱其為可執行的 (enforceable)。在此作者也提出：

Enforceability Principle. Given game G , and enforcement function F , any implementable strategy profile s can also be implemented by an enforceable contract t .

這原則主要是要表達在該 Bayesian Nash equilibrium 下，是存在一個契約 t 是可執行產生該均衡。作者主要一個目的便是要探討該原則成立的必要條件與充分條件為何。顯而易見的，從 enforceable 的定義中我們可以知道，若 t 是 enforceable，則 t 是一個 F 的不動點 (fixed point)。而由此可得：

Lemma 1 For any Bayesian game G and enforcement function F ; the enforceability principle holds if and only if, for any strategy profile $s \in S$ such that $T(s) = \{t : s \text{ is a Bayesian Nash equilibrium of } G|t\}$ be is non-empty, the function F has a fixed point on $T(s)$.

作者揭示了在此定義下，我們可以用各種不動點定理 (文中以 Brouwer's fixed point theorem 為例。) 來檢證 Enforceability Principle 成立與否；而在簡化的狀況，作者引入 F 是 idempotent 的條件 (i.e., $F \circ F \circ t = F \circ t$ ；簡言之， $\forall t, F \circ t$ is enforceable) 來得到：

Theorem 1 For any Bayesian game G , if the enforcement function F is idempotent, i.e., $F \circ F = F$, then any implementable strategy profile s can be imple-

mented with an enforceable contract, so that the enforceability principle holds.

直觀上，若 s 在執行 $F \circ t$ 下是 Bayesian Nash equilibrium，因為 $F \circ t = F \circ F \circ t$ ， s 在執行 $F \circ F \circ t$ 下也是 Bayesian Nash equilibrium；照定義，若 F 是 idempotent，任意的 $F \circ t$ 皆是 enforceable，從而得證。

此外必須提及的是，契約的執行必須交由法院執行，但法院並不能直接看到何種結果發生，只能觀察到一個訊號 \hat{x} 來了解現在的狀況可能為 $p_{\hat{x}} \in P$ ，而 P 是法院的 information set (作者為求簡化，起初假設 P 是 $A \times \Omega$ 的 partition。) 因為法院無法辨識 $p_{\hat{x}}$ 下的細部狀況，因此只有當下列條件成立：

For every game G , verification correspondence P , and contract t , the enforcement function F is such that if $P(a, \omega) = P(a', \omega')$, then $F \circ t(a, \omega) = F \circ t(a', \omega')$.

簡言之，法院在執行契約時，必須對其不可辨識的狀況進行同一處置，否則便不執行該契約 ($F \circ t = 0$)。透過這部分陳述，我們可得到：

Proposition 1 For any Bayesian game G , and partitional verification correspondence P , absent legal constraints, or when the only legal constraint is limited liability, the enforceability principle holds.

Proposition 2 For any Bayesian game G , and transitive verifiability structure P , absent legal constraints, the enforceability principle holds for all the transfer determination rules presented in Section 4.

Proposition 1 的直觀解釋如下：法院能執行的契約必須滿足在同一訊號下具有相同的狀況，簡言之， t 在 P 上必須是常數函數才是有效的，而若 t 是可執行的，而我們又假設 $F \circ t$ 在 P 上也是一個常數函數，從而推得 F 是 Proposition 1，並用 theorem 1 得到該結果。而 Proposition 2 是 Proposition 1 推廣的結果。

當然作者也討論了 enforceability principle 何時不可執行。

Proposition 3 For any Bayesian game G and enforcement function F , if there exists a player i ; and opponent's strategy profile s_{-i} such that the contractual deterrence order $L_i[\theta_i, s_{-i}, G, F]$ fails to be negative-transitive, then for some $s_i \in S_i$, either the outcome $s = (s_i; s_{-i})$ is not implementable, or the enforceability principle fails at s . 在此情況下，若我們要求執行 t ，則我們一定可以找到一個更佳的策略從而使 i 不採用 s_i ，而若我們透過不執行 t 可以找到均衡 s ，但也代表在 s 下找不到一個可執行的 t 來產生該結果 s ，最終使 enforceability principle 失效。

5 Comments

這個文章建立一個好的模型來闡釋契約的運行效果，以量化一些較不直觀的經濟行為，並提出解釋。作者在其中一個模型中提到當權責劃分不清且不易舉證，可透過要求代理人們彼此監視，但使他們違反該規則並不強制執行契約來達成；但文中只有提出當代理人們全部選擇偷懶時，因為契約本身設計使委託人能得到救濟；但隨著代理人人數增加，或將該賽局延長不只一期，會不會產生局部、

輪流的偷懶行為，或因為委託人在錯誤的狀況請求救濟，導致代理人們開始從事不必要的監管行為產生不必要的成本，最終導致契約預期到的效果被破壞，該模型於何種狀況有效似乎仍有討論空間。