

Introduction: Two-way Fixed Effects and Differences-in-Differences in Heterogeneous Adoption Designs without Stayers

講者：Xavier D' Haultfœuille

導讀：劉浩揚 經濟博一 f11323033

2025 年 4 月 6 日

I What is the question of the paper?

在進行因果推論時，不同樣本在受試階段所接受試驗 (Treatment) 的程度可能不同 (本文稱 D_2)，此種情況下的實驗稱作 Heterogeneous Adoption Designs (HADs)，在 HADs 的機制下，欲探討 D_2 的處理效果 (Treatment Effect)，可以使用 Two-Way fixed effect (TWFE) 或 DID 進行估計，過去的文獻中，已有相關的發表如 De Chaisemartin and d' Haultfoeuille (2020)。然而這些方法均需依賴在受試期 (Post-Treated Period) 保有未受試 (Untreated) 的樣本 (本文稱 "Stayers")，因此本文主要探討在缺乏 Stayers 的情況下，該如何估計 HADs 處理效果的平均單位影響 Average Slope of treated groups (AS) 及加權平均單位影響 Weighted Average Slope of treated groups (WAS)。

II Why should we care about it?

研究 HADs 相關的議題時，時常缺少控制組，如，中國加入 WTO 後消除了美中關稅變化的不確定性，因此對美國企業發展產生影響，而關稅的變化程度在美國各產業的皆不同，且鮮少找得到完全無關稅變化的行業對照比較。又如 1996 年，俄羅斯全國首次開播脫離政府管制之電視頻道，欲探討其對選舉行為的影響，由於各個區域節目曝光率皆不同，表示在開播後，節目將對全國產生不同程度的影響，這些皆為缺乏 Stayers 的 HADs 案例。

III What is the author's answer?

首先作者得出，若樣本中存在接受試驗程度較小的受試者—"quasi-stayers"，在滿足平行趨勢假設 (parallel trends) 並且受試組組別之影響

$E(\Delta Y | D_2)$ 為同質、線性的情況下，使用 TWFE 所建構的回歸估計式係數即為 AS 的一致估計式，反之則無法確保 TWFE 估計的穩健。若 $E(\Delta Y | D_2)$ 不為線性，則可使用本文提出的 Heterogeneity-robust estimators 估計，而本文亦針對缺乏 quasi-stayers 狀況下提出相應的估計式。

IV How did the author get there?

在檢視 TWFE 的可行性上，作者使用 Stute (1997) 提出的非參數檢定法，以檢定 $E(\Delta Y | D_2)$ 的線性假設，此外作者亦提出檢定 quasi-stayers 存在性的統計量並推導其漸近性值。

在 Heterogeneity-robust estimators 估計上，若存在 quasi-stayers，則透過選取低受試程度頻寬 (bandwidth) 估計 local linear regression，並利用其截距項建構 quasi-stayers 估計式，以估計 treatment effect，而 bandwidth 的選取可參考 Imbens and Kalyanaraman (2012)，推導出 RDDs 標準誤最小的最佳頻寬 (optimal bandwidth)。若不存在 quasi-stayers，本文提供的估計式需對 $E[\Delta Y | D_2]$ 之函數形式進行假設，且須限制“條件單位處裡效果”即 $E[TE_2 | D_2]$ 的上下界，方能進行估計。

在實際案例中，作者重新探討 Enikolopov et al. (2011) 研究 1996 年俄羅斯開播脫離政府管制之電視頻道對選舉行為的影響，檢定後發現可以拒絕 $E(\Delta Y | D_2)$ 的線性假設並且樣本不存在 quasi-stayers，而使用 Heterogeneity-robust estimators 重新估計後也與原本使用 TWFE 的結果截然不同，然而使用本文方法之標準誤較大，且某些估計值存在不合理範圍，因此在先驗參數設定的假設需再審慎評估。

V Appendix: Some notation and definition

- **I.I.D Sample:** $(Y_{g,1}, Y_{g,2}, D_{g,1}, D_{g,2})_{g=1, \dots, G}$ are i.i.d.
 - $t \leq 1$: 代表未受試階段 (pre-treated period) ◦
 - $t = 2$: 代表受試期 (post-treated period) ◦
 - $Y_{g,t}$: 在第 t 期組別 g 的 outcome ◦
 - $D_{g,t}$: 在第 t 期組別 g 受到 treatment 的程度 ◦
- **Design 1:** (HAD without stayers) $D_1 = 0, D_2 > 0$, and $V(D_2) > 0$
 - $D_2 > 0$: 在試驗期各組別受到 treatment 程度均大於 0 ◦
 - $V(D_2) > 0$: treatment 程度存在變異 ◦

- **Actual-versus-no-treatment slopes:**

$$TE_2 := \frac{Y_2(D_2) - Y_2(0)}{D_2}$$

$$AS := E[TE_2]$$

$$WAS := E\left[\frac{D_2}{E[D_2]} TE_2\right]$$

- $Y_2(D_2)$: 在受試期受到 D_2 劑量 treatment 的潛在結果 ◦
 - $Y_2(0)$: 在受試期未受到 treatment 的潛在結果 ◦
 - TE_2 : Actual-versus-no-treatment slope , 每單位的 treatment 增加所造成的影響 ◦
 - AS : Average Slope of treated groups.
 - WAS : Weighted Average Slope of treated groups.
- **Assumption** (Strong exogeneity for the untreated outcome) : 一般化的平行趨勢假設

$$E[\Delta Y(0) | D_2] = \mu_0$$

- **TWFE regression :**

$$E(\Delta Y | D_2) = \beta_0 + \beta_{fe} D_2$$

- ΔY : outcome 之前後兩期差分 ◦
- β_{fe} : TWFE 的係數 , D_2 對 ΔY 的影響 ◦

参考文献

- Chaisemartin, Clément De and Xavier d' Haultfoeuille**, “Two-way fixed effects estimators with heterogeneous treatment effects,” *American economic review*, 2020, *110* (9), 2964–2996.
- Enikolopov, Ruben, Maria Petrova, and Ekaterina Zhuravskaya**, “Media and political persuasion: Evidence from Russia,” *American economic review*, 2011, *101* (7), 3253–3285.
- Imbens, Guido and Karthik Kalyanaraman**, “Optimal bandwidth choice for the regression discontinuity estimator,” *The Review of economic studies*, 2012, *79* (3), 933–959.
- Stute, Winfried**, “Nonparametric model checks for regression,” *The Annals of Statistics*, 1997, pp. 613–641.